

№ 1. Сколько значащих нулей в двоичной записи шестнадцатиричного числа $1AE4_{16}$?

№ 2. Решите уравнение $21_8 + x = 43_5$. Ответ запишите в 6-ричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

№ 3. Сколько единиц содержится в двоичной записи значения выражения:
 $4^{1014} + 2^{2030} - 2^{530} - 16$?

№ 4. Определить количество четверок в пятиричной записи значения выражения: $125^5 + 25^9 - 5^7$.

№ 5. Из букв Р, О, З, А, записанных в алфавитном порядке, составлены пятибуквенные слова. Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААЗ
3. ААААО
4. ААААР
5. АААЗА

...

Укажите порядковый номер первого слова, в начале и в конце которого стоит буква О.

№ 6. Автомат получает на вход четырёхзначное число. По этому числу строится новое число по следующим правилам.

1. Складываются первая и вторая, а также третья и четвёртая цифры исходного числа.
2. Полученные два числа записываются друг за другом в порядке убывания (без разделителей).

Пример. Исходное число: 3165. Суммы: $3 + 1 = 4$; $6 + 5 = 11$. Результат: 114.

Укажите наименьшее число, в результате обработки которого автомат выдаст число 1514.

№ 7. На вход алгоритма подаётся натуральное число N . Алгоритм строит по нему новое число R следующим образом.

- 1) Строится двоичная запись числа N .
- 2) К этой записи дописываются справа ещё два разряда по следующему правилу:
 - а) в конец числа (справа) дописывается 1, если количество единиц в двоичной записи числа чётно, и 0 — в противном случае. Например, запись 110 преобразуется в запись 1101;
 - б) к этой записи числа справа дописывается остаток от деления количества единиц на 2.

Полученная таким образом запись (в ней на два разряда больше, чем в записи исходного числа N) является двоичной записью искомого числа R . Укажите минимальное число R , которое превышает 58 и может являться результатом работы алгоритма. В ответе это число запишите в десятичной системе.

№ 8. У исполнителя Калькулятор две команды, которым присвоены номера:

1. умножь на 2;
2. прибавь 3

Первая из них увеличивает число на экране в два раза, вторая прибавляет к числу на экране 3. Например, 2121 — это программа: «прибавь 3, умножь на 2, прибавь 3, умножь на 2», которая преобразует число 1 в число 22.

Запишите порядок команд в программе преобразования **числа 8 в число 106**, содержащей не более 6 команд, указывая лишь номера команд. Если таких программ более одной, то запишите любую из них.

№ 9. У исполнителя ЕГЭ15 три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1,
2. Умножить на 5,
3. Умножить на 10.

Сколько существует программ, для которых при исходном числе 7 результатом является число 77 и при этом траектория вычислений не содержит числа 50?

¹Мехмат ЮФУ. 0 курс. 2015–2016. Ширяева Е. В.

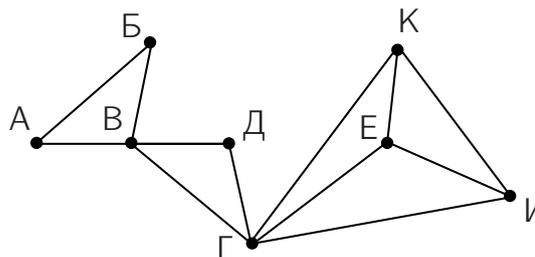
№ 10. Между населёнными пунктами А, В, С, D, E, F, G построены дороги, протяжённость которых приведена в таблице. Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет.

	A	B	C	D	E	F	G
A	–	4		11			21
B	4	–	3				
C		3	–	2			
D	11		2	–	4	6	
E				4	–		5
F				6		–	4
G	21				5	4	–

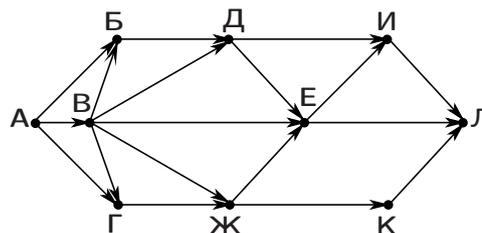
Определите длину кратчайшего пути между пунктами А и G (при условии, что передвигаться можно только по построенным дорогам).

№ 11. Определите, какова длина прямой дороги из пункта В в пункт Г. В ответе запишите целое число — так, как оно указано в таблице.

–	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8
П1	–		24					40
П2		–			25	62	48	
П3	24		–	25		41		27
П4			25	–		26		
П5		25			–	43	34	
П6		62	41	26	43	–	68	
П7		48			34	68	–	
П8	40		27					–



№ 12. На рисунке — схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К, Л. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Л, проходящих через город Е?



№ 13. Дан фрагмент таблицы истинности выражения F:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	F
		0				1	1	0
1		0		1	1			1
			1				0	0

Каким выражением может быть F?

- $\neg x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4 \vee \neg x_5 \vee \neg x_6 \vee \neg x_7 \vee x_8$
- $x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3 \wedge \neg x_4 \wedge x_5 \wedge x_6 \wedge \neg x_7 \wedge \neg x_8$
- $\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3 \vee \neg x_4 \vee \neg x_5 \vee \neg x_6 \vee \neg x_7 \vee \neg x_8$
- $x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_4 \wedge x_5 \wedge \neg x_6 \wedge \neg x_7 \wedge \neg x_8$

№ 14. Логическая функция F задаётся выражением $F = y \wedge z \vee (\neg x) \wedge z$. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z?

В ответе напишите буквы x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала — буква, соответствующая 1-му столбцу; затем — буква, соответствующая 2-му столбцу; затем — буква, соответствующая 3-му столбцу). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

?	?	?	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

№ 15. В языке запросов поискового сервера для обозначения логической операции «ИЛИ» используется символ «|», а для обозначения логической операции «И» — символ «&».

В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет.

Запрос	Найдено страниц (тыс.)
Орёл & Гнездо & Клетка	0
Орёл Гнездо Клетка	1100
Орёл & Клетка	120
Орёл & Гнездо	210
Гнездо & Клетка	290
Орёл	700

Какое количество страниц (в сотнях тысяч) будет найдено по запросу
Гнездо | Клетка?

Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.

№ 16. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [27, 60]$ и $Q = [40, 77]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , что формула $((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in P))$ истинна при любом значении переменной x .

№ 17. Введем выражение $M \& K$, обозначающее поразрядную конъюнкцию положительных целых чисел M и K . Так, например, $13 \& 7 = 1101_2 \& 0111_2 = 0101_2 = 5$. Определите наименьшее натуральное число A , такое что выражение

$$(x \& A = 0) \rightarrow ((x \& 58 = 0) \rightarrow (x \& 49 \neq 0))$$

тождественно истинно?

№ 18. В программе используется одномерный целочисленный массив A с индексами от 0 до 9. Значения элементов равны 6; 9; 9; 2; 1; 5; 0; 3; 0; 8, соответственно, т. е. $A[0] = 6$; $A[1] = 9$ и т. д.

Определите значение переменной c после выполнения следующего фрагмента программы.

```

c := 0;
for i := 1 to 9 do
  if A[i - 1] <= A[i] then
    begin
      t := A[i];
      A[i] := A[i - 1];
      A[i - 1] := t
    end
  else c := c + 1;

```

№ 19. Дан целочисленный массив из 30 элементов. Элементы массива могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Опишите на одном из языков программирования алгоритм, позволяющий найти и вывести количество пар элементов массива, сумма которых кратна трём и не кратна пяти. Под парой подразумевается два подряд идущих элемента массива. Если пары, соответствующие условию задачи, в массиве отсутствуют, требуется вывести первый элемент массива.

Исходные данные объявлены так, как показано во фрагменте программы. Запрещается использовать переменные, не описанные ниже, но разрешается не использовать некоторые из описанных переменных.

```

const N = 30;
var a: array [1..N] of Integer;
    i, j, k: Integer;
begin
  for i := 1 to N do Readln(a[i]);
  ...
end.

```

№ 20. На обработку поступает последовательность из четырех неотрицательных целых чисел (некоторые числа могут быть одинаковыми). Нужно написать программу, которая выводит на экран количество нечётных чисел в исходной последовательности и минимальное нечётное число. Если нечётных чисел нет, требуется на экран вывести «No». Известно, что вводимые числа не превышают 1000. Программист написал программу неправильно. Ниже приведена эта программа.

Последовательно выполните задания.

1. Напишите, что выведет эта программа при вводе последовательности: 2 9 4 3.

```
const n = 4;
var i, x, m, k: Integer;
begin
  k := 0;
  m := 1;
  for i := 1 to n do
  begin
    Readln(x);
    if x mod 2 <> 0 then
    begin
      k := k + 1;
      if x > m then m := x
    end
  end;
  if k < 0 then
    Writeln(k, ' ', m)
  else
    Writeln('No')
  end.
```

2. Приведите пример такой последовательности, что, несмотря на ошибки, программа печатает правильный ответ.

3. Найдите все ошибки в этой программе (их может быть одна или несколько). Известно, что каждая ошибка затрагивает только одну строку и может быть исправлена без изменения других строк. Для каждой ошибки:

- 1) выпишите строку, в которой сделана ошибка;
- 2) укажите, как исправить ошибку, т. е. приведите правильный вариант строки.

Достаточно указать ошибки и способ их исправления для одного языка программирования.

Обратите внимание, что требуется найти ошибки в имеющейся программе, а не написать свою, возможно, использующую другой алгоритм решения. Исправление ошибки должно затрагивать только строку, в которой находится ошибка.

№ 21. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу *один* или *три* камня или увеличить количество камней в куче *в два раза*. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 18 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 44.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший кучу, в которой будет 44 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней; $1 \leq S \leq 43$.

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

Задание 1

а) Укажите все такие значения числа S , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения S , и укажите выигрышающие ходы.

б) Укажите такое значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

Задание 2. Укажите два таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

— Петя не может выиграть за один ход;

— Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения S опишите выигрышную стратегию Пети.

Задание 3. Укажите значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения S опишите выигрышную стратегию Вани.

Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рисунке на рёбрах дерева указывайте, кто делает ход; в узлах — количество камней в позиции.