

МИНОБРНАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича

УТВЕРЖДАЮ

Директор Института математики,  
механики и компьютерных наук ЮФУ



М.И. Карякин

«30» октября 2018 г.

**ПРОГРАММА  
ГОСУДАРСТВЕННОГО ЭКЗАМЕНА**

**Направление подготовки**

**44.03.05 ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ**

**(с двумя профилями подготовки)**

**МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА**

**(направленность программы)**

**Тип программы**

**Академический бакалавриат**

**Форма обучения**

**очная**

Ростов-на-Дону, 2018

Государственный экзамен является *квалификационным* и предназначен для определения теоретической и практической подготовленности выпускника к выполнению профессиональных задач, установленных ОС ЮФУ (ФГОС ВО). В ходе государственного экзамена проверяется способность выпускника к выполнению профессиональных задач, определенных квалификационными требованиями.

Государственный экзамен носит комплексный характер и ориентирован на выявление целостной системы универсальных, общекультурных, обще-профессиональных и профессиональных компетенций.

*Требования к уровню подготовки по математике и информатике выпускника по направлению 44.03.05 Педагогическое образование профиль Математика и информатика*

В ходе подготовки к государственному экзамену студент должен усвоить:

1) *основные понятия* алгебры, теории чисел, математической логики, геометрии, математического анализа, информатики и ИКТ, теоретических основ информатики, архитектуры вычислительных систем, компьютерного моделирования о которых нужно знать:

- определение понятия;
- символическую запись;
- условие существования;
- наличие модели понятия (если она существует);
- свойства понятия, примеры.

Содержание понятия должно быть наполнено знанием *аксиом, основных теорем, уравнений, формул и правил*. При этом требуется знать:

- формулировку аксиомы, теоремы, правила;
- символическую запись аксиомы, теоремы, формулы, уравнения, правила;
- доказательство теоремы, вывод формулы или уравнения, его решение;
- условия, при которых данная формула, уравнение или теорема имеет данный вид;
- смысл всех величин и символов, входящих в формулу (уравнение);
- примеры применения аксиомы, теоремы, формулы, уравнения, правила.

2) содержание курса методики обучения математике и информатике, которое включает следующие вопросы:

- история и современное состояние школьного математического образования;
- история становления школьного курса информатики;
- специфические особенности процесса обучения математике и информатике как одного из видов образовательного процесса;
- понятие о структуре и содержании школьного математического образования;
- понятие о структуре и содержании образования в области информатики и ИКТ;
- понятие о структуре математики как науки, основных компонентах содержания математического образования – математических понятиях, математических предложениях, и их доказательствах, алгоритмах, задачах и т.п.
- образовательные программы по математике и стандарты математического образования;
- современные образовательные программы и стандарты по информатике и ИКТ;
- научные методы, математические методы и методы обучения, используемые в школьном математическом образовании;
- средства обучения математике и информатике, в том числе учебники и учебные пособия по математике;
- методики изучения математических понятий, математических предложений и их доказательств, математических задач, алгоритмов и т.д.

- общие и частные вопросы методики обучения алгебре и геометрии в средней школе;
- современные средства оценивания результатов обучения и оценки достижений школьников в освоении предметной области;
- технологии построения здоровьесберегающей среды обучения обучающихся.

*Перечень вопросов, выносимых для проверки на государственном экзамене  
(программа итогового государственного экзамена)*

Программа государственного экзамена составлена с учетом основных требований, предъявляемых к профессиональной подготовленности будущих бакалавров педагогического образования. Цель итогового экзамена: проверить уровень усвоения выпускниками теоретических вопросов математики и фактического материала; установить педагогическую и методическую грамотность выпускников, понимание ими проблем современной методики обучения математике

*1. Программа по алгебре, теории чисел, основам дискретной математике, математической логике*

1. Элементы математической логики, теории множеств, комбинаторики.

Понятие высказывания. Высказывательная переменная. Основные логические связи и логические операции над высказываниями. Формулы алгебры высказываний и их логические возможности. равносильные формулы. Тавтологии и противоречия. Законы логики. Предикаты. Тождественно истинные, тождественно ложные предикаты. Область истинности предиката. Логические операции над предикатами. Область истинности отрицания, конъюнкции, дизъюнкции, импликации, эквиваленции двух предикатов. Кванторные операции над предикатами.

Множество. Отношения между множествами, их свойства. Операции над множествами и их свойства. Декартово произведение множеств. Соответствия, свойства соответствий. Суперпозиция соответствий. Функции, отображения.

Бинарные отношения. Отношение эквивалентности и разбиение множества на классы. Фактор-множество. Теорема о связи отношения эквивалентности и разбиения множества

Различные виды соединений элементов и их количества.

2. Основные алгебраические структуры. Элементы теории групп, колец и полей.

Числовые поля.

Алгебраические операции и алгебры. Бинарные операции и их свойства. Определение, примеры и простейшие свойства групп. Группы преобразований. Подстановки. Подгруппы группы, смежные классы группы по подгруппе. Нормальные делители. Примеры. Конечные группы Морфизмы полугрупп, групп. Основные теоремы об изоморфизмах полугрупп, групп.

Определение, примеры и простейшие свойства колец и полей. Подкольца и идеалы. Числовые кольца и поля. Наименьшее числовое поле. Морфизмы колец, полей. Основные теоремы об изоморфизмах колец, полей.

3. Векторные пространства. Евклидовы пространства.

Определение, примеры и простейшие свойства линейных (векторных) пространств. Арифметическое  $n$ -мерное векторное пространство над данным полем и его свойства. Линейная зависимость векторов. Свойства линейной зависимости, базис и размерность конечномерного векторного пространства.

Определение и свойства подпространства линейного пространства. Линейная оболочка и ее свойства. Базис и размерность конечномерных линейных пространств.

Матрица перехода от одного базиса к другому. Изоморфизм линейных пространств. Определение и свойства евклидова пространства. Изоморфизм евклидовых пространств.

#### 4. Системы линейных уравнений. Матрицы и определители.

Системы линейных уравнений. Элементарные преобразования уравнений системы. Равносильные системы. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений, фундаментальная система решений. Связь между решениями неоднородной СЛУ и соответствующей однородной СЛУ. Ранг матрицы. Различные способы вычисления ранга матрицы. Критерий совместности СЛУ (теорема Кронекера-Капелли). Действия над матрицами и их свойства. Определитель квадратной матрицы и его свойства. Вычисление определителей. Обратная матрица и ее вычисление. Критерий обратимости квадратной матрицы. Различные методы решения СЛУ с квадратной матрицей (метод Гаусса, матричный метод, метод Крамера).

#### 5. Линейные отображения.

Определение линейного преобразования (линейного оператора). Линейные операторы конечномерных линейных пространств. Ранг и дефект, ядро и образ линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора относительно различных базисов. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

#### 6. Теория делимости в кольце целых чисел.

Области целостности. Примеры. Обратимые и ассоциированные элементы области целостности. Делимость в области целостности и ее свойства. НОД и НОК двух элементов области целостности и их свойства. Евклидовы кольца. Алгоритм Евклида для вычисления НОД в евклидовом кольце. Основная теорема арифметики.

#### 7. Теория сравнения. Диофантовы уравнения.

Сравнения и их свойства. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма. Линейные сравнения и методы их решения. Диофантовы уравнения 1-ой степени с двумя неизвестными и их целочисленные решения. Арифметические приложения теории сравнений: вывод признаков делимости, определение длины периода при обращении обыкновенной дроби в десятичную.

#### 8. Теория многочленов от одной и нескольких переменных. Многочлены над числовыми полями.

Многочлены от одной переменной. Корни многочлена. Теорема Безу. Схема Горнера. Разложение многочлена по степеням линейного двучлена. Делимость многочлена и ее свойства. НОД, НОК многочленов и их свойства. Алгоритм Евклида. Многочлены над полем комплексных чисел. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена над полем комплексных чисел на линейные множители. Теорема Виета. Многочлены над полем действительных чисел. Неприводимые над полем действительных чисел многочлены. Разложение многочлена над полем действительных чисел на неприводимые линейные множители и множители второй степени с отрицательным дискриминантом. Многочлены над полем рациональных чисел. Теорема о рациональных корнях многочлена с целыми коэффициентами. Достаточное условие неприводимости многочлена с целыми коэффициентами над кольцом целых чисел (над полем рациональных чисел) (критерий Эйзенштейна).

Простые алгебраические расширения полей и их строения. Алгебраические числа. Минимальный многочлен. Освобождение от иррациональности в знаменателе. Поле алгебраических чисел.

Многочлены от нескольких переменных. Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах.

#### 9. Основные числовые системы.

Аксиомы Пеано. Аксиоматическое определение системы натуральных чисел. Принцип полной математической индукции. Сложение и умножение на множестве

натуральных чисел и их свойства. Отношение порядка на множестве натуральных чисел и его свойства.

Алгебраическая мотивировка расширения множества натуральных чисел. Принцип минимального расширения. Определение, существование и единственность кольца целых чисел. Действия на множестве целых чисел и их свойства. Отношение порядка на множестве целых чисел и его свойства.

Алгебраическая мотивировка расширения кольца целых чисел. Определение, существование и единственность поля рациональных чисел. Свойства поля рациональных чисел. Действия на множестве рациональных чисел и их свойства. Отношение порядка на множестве рациональных чисел и его свойства.

Алгебраическая мотивировка расширения поля рациональных чисел. Фундаментальности последовательности и их свойства. Метод Кантора построения поля действительных чисел. Сечения Дедекинда. Свойства сечений. Метод Дедекинда построения поля действительных чисел. Свойства поля действительных чисел. Действия на множестве действительных чисел их свойства. Отношение порядка на множестве действительных чисел и его свойства.

Алгебраическая мотивировка расширения поля действительных чисел. Определение, существование и единственность поля комплексных чисел. Свойства поля комплексных чисел.

Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме (умножение, деление, возведение в натуральную степень (формула Муавра), извлечение корня натуральной степени из комплексного числа). Первообразные корни. Геометрическая интерпретация корня натуральной степени из единицы и из произвольного комплексного числа.

#### 10. Элементы теории алгоритмов.

Понятие алгоритма и его характерные черты. Необходимость уточнения понятия алгоритма, основные направления в подходах к определению понятия алгоритма. Построение класса рекурсивных функций. Простейшие функции. Операторы: суперпозиции, примитивной рекурсии, минимизации. Устройство и работа машины Тьюринга. Реализация в машине Тьюринга алгоритма вычисления функции  $f(n) = n+5$ , где  $n$  - натуральное число.

### *ВОПРОСЫ К ГОСУДАРСТВЕННОМУ ЭКЗАМЕНУ ПО АЛГЕБРЕ, ТЕОРИИ ЧИСЕЛ, ЧИСЛОВЫМ СИСТЕМАМ, МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКЕ, ТЕОРИИ АЛГОРИТМОВ*

1. Понятие высказывания. Высказывательная переменная. Основные логические связи и логические операции над высказываниями.
2. Законы логики.
3. Множество. Отношения между множествами, их свойства. Операции над множествами и их свойства.
4. Соответствия, свойства соответствий. Суперпозиция соответствий. Функции, отображения.
5. Бинарные отношения. Отношение эквивалентности и разбиение множества на классы. Фактор-множество. Теорема о связи отношения эквивалентности и разбиения множества.
6. Определение, примеры и простейшие свойства групп.
7. Основные теоремы об изоморфизмах полугрупп, групп.
8. Определение, примеры и простейшие свойства колец и полей.

9. Основные теоремы об изоморфизмах колец, полей.
10. Определение, примеры и простейшие свойства линейных (векторных) пространств. Арифметическое  $n$ -мерное векторное пространство над данным полем и его свойства.
11. Линейная зависимость векторов. Свойства линейной зависимости, базис и размерность конечномерного векторного пространства.
12. Системы линейных уравнений. Элементарные преобразования уравнений системы. Равносильные системы. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Критерий совместности СЛУ (теорема Кронекера-Капелли).
13. Определение линейного преобразования (линейного оператора). Линейные операторы конечномерных линейных пространств. Ранг и дефект, ядро и образ линейного оператора.
14. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
15. Основная теорема арифметики.
16. Сравнения и их свойства. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма.
17. Линейные сравнения и методы их решения.
18. Арифметические приложения теории сравнений: вывод признаков делимости, определение длины периода при обращении обыкновенной дроби в десятичную.
19. Многочлены над полем комплексных чисел. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена над полем комплексных чисел на линейные множители. Теорема Виета.
20. Многочлены над полем рациональных чисел. Теорема о рациональных корнях многочлена с целыми коэффициентами. Достаточное условие неприводимости многочлена с целыми коэффициентами над кольцом целых чисел (над полем рациональных чисел) (критерий Эйзенштейна).
21. Аксиомы Пеано. Аксиоматическое определение системы натуральных чисел. Принцип полной математической индукции. Сложение и умножение на множестве натуральных чисел и их свойства. Отношение порядка на множестве натуральных чисел и его свойства.
22. Алгебраическая мотивировка расширения множества натуральных чисел. Принцип минимального расширения. Определение, существование и единственность кольца целых чисел. Действия на множестве целых чисел и их свойства. Отношение порядка на множестве целых чисел и его свойства.
23. Алгебраическая мотивировка расширения кольца целых чисел. Определение, существование и единственность поля рациональных чисел. Свойства поля рациональных чисел. Действия на множестве рациональных чисел и их свойства. Отношение порядка на множестве рациональных чисел и его свойства.
24. Алгебраическая мотивировка расширения поля рациональных чисел. Фундаментальности и их свойства. Метод Кантора построения поля действительных чисел. Сечения Дедекинда. Свойства сечений. Метод Дедекинда построения поля действительных чисел. Свойства поля действительных чисел.
25. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме (умножение, деление, возведение в натуральную степень (формула

Муавра), извлечение корня натуральной степени из комплексного числа).

#### Литература к разделу I

1. Бухштаб А.А. Теория чисел – М.: М.: Лань, 2008.
2. Виноградов И.М. Основы теории чисел – М.: Лань, 2009.
3. Ерусалимский Я.М. Дискретная математика. М.: Вузовская книга, 2000
4. Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов. М.: Издательский центр «Академия», 2008.
5. Игошин В.И. Математическая логика и теория алгоритмов. М.: Издательский центр «Академия», 2010.
6. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Том 1. Основы алгебры – М.: Физматлит, 2003.
7. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Том 2. Линейная алгебра – М.: Физматлит, 2004.
8. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Том 3. Основные структуры – М.: Физматлит, 2004.
9. Крючков Н.И. Сборник заданий по алгебре. М.: Издательский центр «Академия», 2007
10. Курош А.Г. Курс высшей алгебры – М.: Лань, 2013.
11. Курош А.Г. Лекции по общей алгебре – М.: Лань, 2007.

#### II. Программа по геометрии

Главной целью дисциплины «Геометрия» является обстоятельное изучение студентами положений и фактов геометрии; раскрытие их значения для школьного курса математики; выработка у студентов умений, связанных с применением полученных теоретических знаний в процессе решения задач. Всё вышеперечисленное способствует подготовке студентов к преподаванию математики в 5 – 11 классах общеобразовательных школ, колледжей, лицеев, гимназий и т.п. Данная дисциплина формирует первичные профессиональные умения, связанные с проведением уроков и внеклассной работы по математике, позволяет заниматься в дальнейшем экспериментальной работой в области математики.

##### 1. Элементы векторной алгебры

Векторное пространство. Умножение 2 и 3 и большего числа векторов, скалярное, векторное, векторно-скалярное и векторно-векторное произведения векторов. Роль, значимость векторов при изучении геометрии, в аксиоматическом построении научного знания.

##### 2. Геометрические преобразования

Преобразование плоскости. Группы и подгруппы преобразований. Преобразование движения плоскости. Подобие. Групповой подход к построению геометрии.

##### 3. Аналитическая геометрия

Метод координат на плоскости и в пространстве. Уравнения, их геометрическое истолкование. Уравнения плоскости и прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве. Кривые и поверхности второго порядка.

##### 4. Проективная геометрия

Моделирование проективной плоскости и проективного пространства. Группа проективных преобразований. Коллинеации и корреляции.

#### 5. Методы изображений

Центральное и параллельное проектирование. Метод Монжа. Проекционный чертеж. Требования к нему. Понятие полноты и метрической определенности чертежа. Позиционные и метрические задачи. Задачи на построение сечений геометрических тел.

#### 8. Основания геометрии

Аксиоматический метод построения геометрии. Требования к системе аксиом. Системы аксиом Гильберта, Вейля. Аксиоматика школьного курса геометрии.

Геометрия Лобачевского. Историческая значимость. Непротиворечивость геометрии Лобачевского. Общее и различное в теории параллельных на плоскостях Евклида, Лобачевского.

### ВОПРОСЫ К ГОСУДАРСТВЕННОМУ ЭКЗАМЕНУ ПО ГЕОМЕТРИИ

1. Сущность координатного метода и координатно-векторного метода в геометрии. Пример исследования взаимного положения двух прямых на плоскости указанным методом.
2. Скалярное произведение векторов, его свойства, приложения.
3. Векторное произведение векторов, его свойства, приложения.
4. Смешанное произведение векторов, его свойства, приложения.
5. Изучение кривых второго порядка в канонической форме на примере одной из них.
6. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
7. Метрические задачи теории прямой в пространстве: расстояние от точки до прямой, расстояние между прямыми в пространстве, угол между прямыми.
8. Взаимное расположение прямой и плоскости.
9. Движения и их частные виды. Группа движений и её подгруппы.
10. Группа подобий плоскости, её подгруппы. Приложение к решению задач.
11. Группа аффинных преобразований плоскости и её подгруппы. Приложение аффинных преобразований к решению задач.
12. Проективная прямая и проективная плоскость. Различные модели проективной прямой и проективной плоскости.
13. Принцип двойственности и его роль в проективной геометрии. Примеры двойственных фигур и теорем.
14. Проективные преобразования. Коллинеации и корреляции. Группа проективных преобразований. Групповой подход к построению геометрии.
15. Изображения плоских и пространственных фигур в параллельной проекции.
16. Позиционные и метрические задачи на проекционном чертеже.
17. Аксиоматический метод построения научного знания. Требования к системе аксиом.
18. Система аксиом Гильберта евклидова пространства и ее непротиворечивость.
19. Система аксиом Вейля евклидова пространства и ее непротиворечивость.
20. Плоскость Лобачевского. Непротиворечивость системы аксиом плоскости

Лобачевского.

21. Взаимное расположение прямых на плоскости Лобачевского. Основные свойства параллельных и расходящихся прямых на плоскости Лобачевского.

Литература к разделу II

1. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. Ч. 1. Учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов.— М.: Просвещение, 1986.
2. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. Ч. 2. Учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов.— М.: Просвещение, 1987.
3. Баклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. Учеб.для вузов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.
4. Ефимов Н.В. Высшая геометрия. – 7-е изд. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.

*III. Программа по математическому анализу.*

1. Введение в математический анализ.

Предмет математического анализа. Преемственная связь со школьным курсом математики.

Функции. Суперпозиция функций. Арифметические действия над функциями.

Числовые последовательности и их предел. Единственность предела последовательности. Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Бесконечно малые последовательности и их свойства. Бесконечно большие последовательности и их свойства. Предел монотонной последовательности. Число  $e$ .

Предел функции (определения по Коши и по Гейне). Критерий Коши существования конечного предела функции. Предел суперпозиции функций. Предельный переход в неравенствах. Первый замечательный предел. Бесконечно малые функции, их свойства и сравнение.

Непрерывность функции в точке и на множестве. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность суперпозиции функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теоремы о промежуточных значениях функции, о непрерывности обратной функции к монотонной, об ограниченности, достижении наибольшего и наименьшего значений, равномерной непрерывности.

2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

Производная и дифференциал, их геометрический и механический смысл. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференцирование сложной функции. Дифференцирование параметрически заданной функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Механический смысл второй производной.

Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения. Теоремы Ферма, Лагранжа, Коши. Правила Лопиталя. Формула Тейлора и ее применение к исследованию функции и вычислению пределов. Исследование функций на монотонность. Экстремум, необходимые и достаточные условия экстремума. Нахождение наибольших и наименьших значений функции. Точки перегиба. Наклонные асимптоты функции. Построение графика. Элементарные функции, их непрерывность и дифференцируемость.

3. Интегральное исчисление функции одной переменной.

Задача восстановления функции по ее производной. Первообразная функция, неопределенный интеграл и его свойства. Метод интегрирования по частям и метод замены переменной. Методы интегрирования рациональных, иррациональных и тригонометрических функций.

Определенный интеграл. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Суммы Дарбу, их свойства. Критерий интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций. Основные свойства определенного интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства – непрерывность и дифференцируемость. Первая теорема о среднем. Формула Ньютона–Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла.

Несобственные интегралы. Определение несобственных интегралов. Признаки сравнения для несобственных интегралов от неотрицательных функций. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов.

#### 4. Ряды

Числовой ряд и его частичные суммы. Сходящиеся ряды. Необходимое условие сходимости ряда. Гармонический ряд. Критерий Коши. Критерий сходимости положительного ряда. Признаки сравнения, Даламбера, Коши, интегральный признак Маклорена-Коши. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.

Функциональные последовательности и ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость. Признак равномерной сходимости Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящегося ряда: непрерывность суммы, интегрирование и дифференцирование.

Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости. Равномерная сходимость, интегрирование и дифференцирование. Ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в степенной ряд.

#### 5. Функции нескольких переменных.

Функции нескольких переменных: предел и непрерывность. Частные производные и дифференциал, их геометрический смысл. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости. Касательная плоскость. Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Экстремум функции нескольких переменных (необходимое и достаточные условия). Условный экстремум. Теорема Лагранжа.

Интегральное исчисление функций нескольких переменных. Измеримые по Жордану множества и их свойства. Определение кратного интеграла по параллелепипеду и жорданову множеству, его вычисление сведением к повторному (теорема Фубини). Приложения кратных интегралов. Вычисление площадей плоских фигур в декартовых и полярных координатах. Вычисление объемов тел вращения. Принцип Кавальери. Вычисление длины гладкой дуги. Дифференциал дуги. Двойной интеграл в полярных координатах. Тройной интеграл в сферической и цилиндрической системах координат. Криволинейные интегралы первого и второго рода по гладкой кривой и формулы их вычисления. Формула Грина-Остроградского и её следствия.

#### 6. Дифференциальные уравнения.

Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Основные типы дифференциальных уравнений первого порядка. Теорема существования и единственности решения уравнения первого порядка.

Дифференциальные уравнения высших порядков. Уравнения, допускающие понижение порядка. Сведение уравнения  $n$ -ого порядка к нормальной системе уравнений.

Линейные уравнения. Пространство решений однородного линейного уравнения  $n$ -ого порядка. Фундаментальные системы решений, общее решение, вронскиан. Формула Якоби - Остроградского.

Неоднородное линейное уравнение, структура общего решения. Метод вариации постоянных решения линейных уравнений с постоянными коэффициентами.

## *ВОПРОСЫ К ГОСУДАРСТВЕННОМУ ЭКЗАМЕНУ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ*

1. Числовые последовательности и их предел. Единственность предела последовательности.
2. Подпоследовательность числовой последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
3. Бесконечно малые функции, их свойства и сравнение.
4. Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
5. Основные теоремы дифференциального исчисления. Теорема Лагранжа.
6. Формула Тейлора. Формулы Маклорена для элементарных функций.
7. Необходимое и достаточные условия экстремума. Нахождение наибольших и наименьших значений функции.
8. Критерий интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций. Основные свойства определенного интеграла.
9. Интеграл с переменным верхним пределом, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница.
10. Числовой ряд и его частичные суммы. Сходящиеся ряды. Необходимое условие сходимости ряда.
11. Признаки сходимости числовых рядов с положительными членами.
12. Интегральный признак Маклорена-Коши сходимости ряда.
13. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.
14. Функциональные последовательности и ряды. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
15. Теорема Абеля. Определение интервала и радиуса сходимости степенного ряда.
16. Разложение элементарных функций в степенной ряд (по выбору).
17. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции многих переменных.
18. Необходимое и достаточное условия безусловного экстремума функции многих переменных.
19. Вычисление кратного интеграла по параллелепипеду и жорданову множеству сведением к повторному (теорема Фубини).
20. Приложения кратных интегралов. Вычисление длины дуги кривой и площади плоской фигуры.
21. Фундаментальная система решений линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
22. Интегрирование линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами методом вариации постоянных.

*Литература к разделу III*

*Основная литература*

1. Демидович Б. П., Моденов В. П. Дифференциальные уравнения: Учебное пособие. 3-е изд., стер. — СПб.: Издательство «Лань», 2008.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Учеб. для вузов, 7-е изд. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. — М.: Дрофа, 2003.
4. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу: Учеб. пособие/ Под ред. Л.Д. Кудрявцева. — 2-е изд. перераб. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.
5. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.
6. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
7. Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений. — М.: КомКнига, 2007.

#### *Дополнительная литература*

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. Уч. пособие. - 22-е издание. - СПб.: Издательство "Профессия", 2001. .
2. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл. Х. Математический анализ. Под ред. А. Н. Тихонова. — 3-е изд., перераб. — М.: Изд-во МГУ, 2007.
3. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Учеб. пособие для вузов - М. : Астрель, 2005.

#### *IV. Программа по методике обучения математике.*

##### 1. Предмет теории и методики математического образования.

Преподавание математики, обучение математике, математическое образование. Методика преподавания математики, методика обучения математике. Теория и методика математического образования: понятие; структура, содержание, цели, задачи. Курс «Теоретико-методические основы школьного математического образования». Краткий обзор истории отечественного школьного математического образования.

2. Математическое образование в современной школе. *Современное состояние школьного математического образования:* роль математического образования в современных образовательных системах; основные направления обновления школьного математического образования (гуманизация, гуманитаризация, уровневая и профильная дифференциация, интеграция и др.) и изменение его целей (от обучающих, воспитательных и развивающих к прогностическим, мировоззренческим, личностно-ориентированным).

*Математическое образование и развитие.* Специфические особенности развития мышления в процессе обучения математике. Развитие логичности мышления, пространственного мышления в процессе изучения геометрии. Математические способности, их диагностика и развитие.

3. Процесс обучения математике как один из видов образовательного процесса. Основные этапы процесса обучения математике. Принципы дидактики в современном математическом образовании.

*Основные методы, используемые в школьном математическом образовании.* Проблема методов на современном этапе развития школьного математического образования. Классификации методов. *Научные методы в обучении математике:* анализ и синтез, сравнение и аналогия, обобщение, абстрагирование и конкретизация. *Математические методы и методика их использования* в обучении математике, особенности использования метода математического моделирования в школьном курсе

математики. *Методы обучения в школьном курсе математики*: методы организации (словесные, наглядные и практические), стимулирования и контроля. *Средства обучения математике*. Классификация средств обучения математике, печатные, наглядные и технические средства обучения математике. Использование компьютера в обучении математике.

4.Методика изучения основных компонентов содержания математического образования. Специфические особенности математики как науки. Математические теории, их структура, основные математические объекты.

*Математические понятия и методика их формирования.* Математическое понятие, его объем и содержание. Определение понятия; требования к определению. Методика формирования математических понятий: индуктивный и дедуктивный методы формирования математических понятий, основные этапы их формирования; учебные действия, связанные с формированием понятия (проведение под понятие, выведения следствий из факта существования понятия, классификация понятий).

*Математические предложения и их доказательства в школьном курсе математики.* Теоремы и аксиомы как виды математических предложений. Логическое строение математических теорий. Связь аксиом, определений и теорем. Аксиомы, требования к системе аксиом школьного курса математики, методика изучения аксиом. Теоремы, структура теорем; виды теорем. Методика изучения структуры теоремы и взаимосвязей теорем. Доказательство теорем: понятие доказательства, структура доказательства, виды доказательств. Методика обучения различным видам доказательства. Основные этапы методики обучения доказательству теорем в школьном курсе математики: пропедевтика, мотивация доказательства, методика обучения поиску доказательства, методика оформления доказательств. Применение теорем при доказательстве других утверждений и решении задач.

*Алгоритмы в школьном курсе математики.* Понятие алгоритма. Математика как алгоритмизированная наука. Свойства алгоритмов. Способы задания алгоритмов. Алгоритмы распознавания и преобразования. Алгоритмизация в обучении математике. Методические проблемы в обучении математике: единство и взаимосвязь репродуктивной и поисковой деятельности в процессе алгоритмизации; переход от свернутых форм алгоритмов (правила, определения, формулы и др.) к развернутой (пошаговая программа); формирование умений и навыков действий с алгоритмами.

*Задачи в школьном курсе математики.* Роль и функции задач в обучении математике. Понятие школьной математической задачи, её структура. Классификации задач школьной математики. Общая методика обучения решению задач: работа с условием, поиск решения, оформление, анализ полученного решения.

#### 5.Структура и содержание школьного математического образования.

*Образовательные программы по математике.* Различные варианты образовательных программ по математике: базовая, углубленного обучения, гимназическая, лицейская, компенсирующего обучения, индивидуального обучения, программа для колледжей и др. Стандарты математического образования. Базисный учебный план по математике, учебные программы.

*Содержательно-методические линии школьного математического образования:* понятие о содержательно- методической линии, общая характеристика содержательно-методических линий школьного курса математики, целеполагание при организации изучения содержательно- методических линий.

*Основные школьные математические курсы.* Краткая характеристика курсов математики, алгебры, геометрии, алгебры и начал анализа. Проблемы учебников по основным школьным математическим курсам: требования к современным учебникам

математики, разнообразие учебников математики, выбор учебника учителем математики. Краткая характеристика основных школьных учебников математики.

*Темы школьного курса математики.* Понятие темы. Структура темы. Логико-математический анализ темы. Методический анализ темы. Целеположение. Методическая разработка темы.

#### 6. Основные формы организации обучения математике.

*Урок математики.* Требование к современному уроку математики. Классификация уроков математики. Структура уроков математики. Система подготовки учителя к урокам математики. Анализ урока.

*Инновационные формы обучения математике.* Школьные лекции, семинарские, практические и лабораторные занятия, экскурсии. Учебная игра как форма обучения математике. Взаимосвязь урока математики с другими формами организации обучения математике.

#### 7. Педагогические технологии. Основные понятия. Структура. Классификация технологий по различным признакам.

*Проектирование и конструирование педагогических технологий.* Авторские технологии обучения математике, их многомерный анализ. Анализ технологий обучения математике Шаталова В.Ф., Эрдниева П.М., Хазанкина Р.Г., Гузеева В.В. и др. Технологический анализ различных методических систем обучения математике. Роль и особенности технологического построения процесса обучения математике в системе лично ориентированного образования. Педагогические технологии в системе развивающего обучения и принципы их конструирования. Основные черты обобщенной модели развивающего обучения.

*Проблемно-поисковые технологии в системе обучения математике.* Общие черты любых проблемно-поисковых технологий. Инварианты проблемно-поисковых технологий. Различные варианты проблемно-поисковых технологий.

*Технология проблемного обучения математике.* Целевое назначение. Последовательность этапов и приемы их реализации. Содержательная основа. Контроль и управление. Пути дифференциации. Условия применения. Методическое обеспечение.

*Технология групповой творческой деятельности и методика ее использования в обучении математике ("Мозговая атака", Дискуссии).* Целевое назначение. Способы организации. Содержательная основа. Факторы, побуждающие активную творческую деятельность. Диалоговая культура межличностного взаимодействия в интеллектуальном споре. Управление, контроль. Условия выбора данной технологии.

*Технология модульного обучения в школьном математическом образовании.* Целевое назначение. Пути организации самостоятельного изучения математики. Мотивационное управление самостоятельной работой учащихся. Особенности содержания, его модульность. Методическое обеспечение индивидуализированной работы учащихся. Структурирование деятельности учащихся в логике этапов усвоения знаний. Система действий учителя по разработке модульной программы. Контроль и коррекция знаний и умений. Условия применимости данной технологии. Особенности проведения модульных уроков математики.

*Технологии моделирующего обучения в школьном математическом образовании (дидактические игры).* Роль дидактических игр в традиционном обучении математике. Назначение их в развивающем обучении. Варианты технологий на основе учебной игры. Инвариантные элементы. Виды учебных игр. Условия применимости технологии. Личностная ориентация. Комплексность контроля результативности.

*Технология программированного обучения математике.* Целевое назначение. Адаптивность программ. Детальная конкретизация последовательных шагов в усвоении

учебного материала. Особенности управления. Индивидуализация контроля. Методическое обеспечение. Компьютерное обеспечение. Индивидуализация контроля.

*Технология дифференцированного обучения математике.* Различные подходы к конструированию технологии. Системность дифференцирования. Личностная ориентация. Многомерность целей. Различные виды диагностик. Оценка результативности. Опыт учителей математики школ г. Ростова в моделировании различных вариантов дифференцированного обучения.

*Технология гуманитаризации в обучении математике.* Целевое назначение. Основные компоненты технологии гуманитаризации, ее модульность. Дидактический модуль. Деятельностный модуль. Интеграция математики с гуманитарным циклом наук. Конструирование и проектирование технологии гуманитаризации образования в преподавании математики.

#### 8. Методика изучения числовых систем

Теоретические основы: понятие числа в математике, числовые множества, числовые системы (структуры).

Роль и место понятия числа в курсе математики 5- 6 классов. Преимущество с начальным курсом математики. Различные дидактические подходы к расширению понятия числа, отражение их в современных учебниках математики 5- 6 классов.

*Методика изучения множества натуральных чисел:* методика введения понятия о натуральных числах, методика изучения числа «О», методика изучения действий над натуральными числами и числом «О».

*Различные методические подходы к изучению дробей* в курсе математики 5- 6 классов. Методика изучения обыкновенных дробей. Методика изучения десятичных дробей.

*Методика изучения положительных и отрицательных чисел.* Координатный метод в курсе математики 5- 6 классов. Рациональные числа.

*Методика изучения иррациональных чисел в курсе алгебры.*

#### 9. Теория и методика обучения математике в 5-6 классах

Общие вопросы обучения математике в 5-6 классах. Общая начальная математическая подготовка в 1-5 классах. Пропедевтическая математическая подготовка в 5-6 классах

*Содержание курса математики 5-6 классов.* Цели обучения математике в 5-6 классах. Различные подходы к построению курса математики 5-6 классов. Альтернативные учебники математики 5-6 классов.

*Методы обучения математики в 5-6 классах.* Специфика использования словесных методов обучения в 5-6 классах: рассказ, беседа (система вопросов, требования к ней), поисковая беседа, объяснение, рассуждение.

Практические методы обучения математике в 5-6 классах: метод упражнений, в том числе комментированных, метод самостоятельной работы, лабораторный метод.

Наглядные методы в обучении математике в 5- 6 классах: иллюстрирование, демонстрации, диа (кодо)- показ и др.

Методы контроля в обучении математике в 5- 6 классах: организация устного и письменного контроля.

Дидактические игры в обучении математике в 5- 6 классах.

Конкретно- индуктивный метод изучения математических понятий в курсе математики 5- 6 классов; соотношение индуктивных и дедуктивных обоснований математических предложений в курсе математики 5- 6 классов.

*Задачи в обучении математике в 5- 6 классах.* Роль задач в обучении математике в 5-6 классах. Текстовые задачи. Преемственность с начальным курсом математики. Основные методы решения текстовых задач арифметический и алгебраический. Методика обучения решению текстовых задач в курсе математики 5- 6 классов.

#### 10. Частные вопросы обучения математике в 5- 6 классах.

*Методика изучения элементов алгебры в курсе математике 5- 6 классов.*

Понятие переменной (неизвестной) величины в курсе математики 5- 6 кл. Методика изучения простейших преобразований выражений. Функциональная пропедевтика в 5- 6 классах. Методика изучения уравнений и неравенств в курсе математики 5- 6 классов.

*Методика изучения элементов геометрии в курсе математике 5- 6 классов.*

Преемственность с начальным курсом математики. Методика изучения геометрических фигур. Методика изучения параллельности и перпендикулярности прямых. Элементарные геометрические построения. Методика изучения геометрических величин.

#### 11. Общие вопросы методики обучения алгебре в основной школе. Алгебра как учебный предмет.

*Содержание курса алгебры в основной школе.* Цели, задачи обучения алгебре. Особенности учебной программы. Начальные трудности. Учебно-методическое обеспечение курса алгебры. Образовательные стандарты по курсу алгебры основной школы. Внутри предметные и межпредметные связи курса алгебры. Методика формирования алгебраических понятий. Особенности решения задач в курсе алгебры. Преподавание алгебры через задачи. Алгоритмизация курса алгебры. Различные виды уроков алгебры и их планирование. Дифференциация обучения на уроках алгебры.

#### 12. Частная методика изучения курса алгебры в 7-9 классе.

*Алгебраические выражения.* Методика изучения понятий одночлена и многочлена и операции над ними. Алгебраические равенства. Формулы. Рациональные приемы тождественных преобразований алгебраических выражений. Методика изучения различных способов разложения многочленов на множители.

*Алгебраические дроби.* Методика изучения операций над алгебраическими дробями, алгоритмизация операций.

*Уравнения и неравенства.* Научно-методические подходы к формированию понятий уравнения и неравенства. Логико-математический и дидактический анализ развития понятия уравнения и методов решения различных классов уравнений (систем уравнений). Методика изучения линейных и квадратных уравнений и неравенств, аналитические и графические способы их решения.

*Функции.* Методика обучения решению текстовых задач методом уравнений. Научно-теоретические основы понятия функции. Прикладное и практическое значение теории функций. Методика изучения числовых функций: линейной, квадратичной, степенной. Методика формирования умений строить и читать графики функций, вести исследование свойств функций на наглядной основе, применять правила преобразования графиков. Начальные сведения о тригонометрических функциях и их прикладном значении. Числовые последовательности, их связь с функциями. Методика изучения арифметической и геометрической прогрессий.

#### 13. Общие вопросы методики обучения геометрии в основной школе

*Содержание курса геометрии основной школы.* Цели обучения геометрии в основной школе. Содержание курса геометрии основной школы. Различные подходы к построению курса планиметрии. Альтернативные учебники (критерии сравнения: принципы изложения материала, система упражнений, связь с жизнью, доступность, язык изложения, полиграфическое оформление и др.). Образовательные стандарты в курсе геометрии основной школы.

*Логическое строение курса геометрии основной школы.* Аксиоматический метод в курсе геометрии основной школы. Методика ознакомления учащихся основной школы с логическим строением курса планиметрии.

*Математические предложения и доказательства в курсе геометрии основной школы.* Математические предложения. Аксиомы теоремы. Классификация теорем. Доказательства в курсе геометрии основной школы. Индукция и дедукция как основные приемы обоснования математических предложений. Воспитание потребности в логическом доказательстве. Методика обучения доказательству теорем.

*Методика обучения решению задач в курсе геометрии основной школы.* Классификация геометрических задач. Методика обучения решению задач на вычисление. Методика использования задач на готовых чертежах в курсе геометрии основной школы.

#### 14. Частные методики обучения геометрии в основной школе.

*Начала систематического курса геометрии.* Методика изучения основных неопределяемых понятий. Методика изучения аксиом и первых теорем. Методика изучения простейших геометрических фигур (отрезок, луч, угол).

*Методика изучения взаимного расположения прямых на плоскости.* Параллельность прямых в курсе геометрии основной школы. Перпендикулярность прямых в курсе геометрии основной школы.

*Методика изучения геометрических фигур в курсе геометрии основной школы.* Геометрические фигуры в курсе геометрии основной школы. Методика изучения многоугольников. Методика изучения окружности и круга.

*Методика изучения геометрических построений в курсе геометрии основной школы.* Элементарные построения. Формирование конструктивных умений и навыков. Методика обучения решению задач на построение.

*Методика изучения геометрических преобразований плоскости.* Понятие геометрических преобразований плоскости в школьной геометрии. Равенство фигур в курсе геометрии основной школы. Методика изучения подобия фигур.

*Методика изучения векторов в курсе геометрии основной школы.* Понятие вектора в математике и школьном ее курсе. Методика введения понятия вектор. Методика изучения операций над векторами. Методика обучения решению задач векторным методом.

*Методика изучения метода координат в курсе геометрии основной школы.* Понятие координат вектора. Методика применения координатного метода к простейшим задачам и при выводе уравнений окружности и прямой.

*Методика изучения геометрических величин в курсе геометрии основной школы.* Понятие величины в школьном курсе геометрии. Методика изучения длин в курсе геометрии основной школы. Методика изучения площадей фигур в курсе геометрии основной школы.

*Методика изучения начал стереометрии в основной школе.* Методика ознакомления с курсом стереометрии. Понятие многогранника в школьном курсе геометрии, классификация многогранников. Методика изучения видов многогранников: призмы и пирамиды, их свойств. Понятие тела вращения, классификация. Методика изучения видов тел вращения: цилиндр, конус, шар.

#### 15. Общие вопросы методики обучения алгебре и началам анализа в старшей школе.

##### Алгебра и начала анализа как учебный предмет.

*Содержание курса алгебры и начал анализа в старшей школе.* Цели обучения. Учебно-методическое обеспечение курса алгебры и начал анализа. Основные и альтернативные учебники. Образовательные стандарты в курсе алгебры и начал анализа старшей школы. Особенности методики преподавания алгебры и начал анализа в старшей школе. Взаимосвязь школьных курсов алгебры основной школы, а также алгебры и начал

анализа старшей школы. Систематизация и обобщение знаний, закрепление и развитие умений и навыков, полученных в курсе алгебры в основной школе.

#### 16. Частные вопросы методики обучения алгебре и началам анализа в старшей школе.

*Развитие числовой и функциональной линии в старших классах.*

Показательная, логарифмическая и тригонометрическая функции, их свойства.

*Выражения и их преобразования, уравнения и неравенства.* Преобразование тригонометрических, показательных и логарифмических выражений и их применение к решению соответствующих уравнений и неравенств.

*Методика изучения производной.* Применение производной к построению графиков функций и решению задач на отыскание наибольшего и наименьшего значений. Методика обучения решению задач, связанных с использованием производной для исследования функций.

*Методика изучения первообразной и интеграла.* Площадь криволинейной трапеции. Применение интеграла к вычислению площадей и объемов.

#### 17. Общие вопросы методики обучения геометрии в старшей школе.

*Содержание курса геометрии старшей школы.* Цели обучения геометрии в старшей школе. Содержание курса геометрии старшей школы. Различные подходы к построению курса стереометрии. Альтернативные учебники. Образовательные стандарты в курсе геометрии старшей школы. Трудности усвоения стереометрии. Взаимосвязи школьных курсов планиметрии и стереометрии.

*Логическое строение курса геометрии старшей школы.* Аксиоматический метод построения стереометрии. Методика ознакомления учащихся старшей школы с логическим строением курса стереометрии.

#### 18. Частные методики обучения геометрии в старшей школе.

*Введение в стереометрию.* Методика изучения основных понятий и аксиом стереометрии. Развитие пространственного мышления на уроках стереометрии.

*Методика изучения взаимного расположения прямых и плоскостей в пространстве.* Параллельность прямых и плоскостей в курсе геометрии старшей школы. Перпендикулярность прямых и плоскостей в курсе геометрии старшей школы.

*Методика изучения геометрических фигур в курсе геометрии старшей школы.* Понятие многогранника в математике и школьном ее курсе. Методика изучения многогранников (тетраэдр, параллелепипед, пирамида, призма, усеченная пирамида, правильные многогранники). Методика изучения тел вращения (цилиндр, конус, сфера, шар). Комбинации многогранников и тел вращения.

*Изображение пространственных фигур в курсе геометрии старшей школы.* Роль и место геометрических построений в курсе стереометрии. Методика обучения решению задач на проекционном чертеже. Методика использования средств обучения при изучении геометрических построений в пространстве.

*Методика изучения векторов в курсе геометрии старшей школы.* Методика введения понятия вектор в пространстве. Методика изучения операций над векторами. Методика обучения решению стереометрических задач векторным методом.

*Методика изучения метода координат в пространстве.* Простейшие задачи в координатах. Методика обучения решению стереометрических задач координатным методом.

*Методика изучения геометрических величин в курсе геометрии старшей школы.* Методика изучения площадей поверхностей многогранников и тел вращения. Методика изучения объемов фигур в курсе стереометрии. Методика использования интеграла при

нахождении объема фигуры. Методика обучения решению вычислительных задач в курсе геометрии старшей школы.

### *ВОПРОСЫ ПО МЕТОДИКЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ*

1. *Предмет теории и методики обучения математике.* Компоненты методической системы обучения математике. Задачи методики обучения математике. Связь методики обучения математике с другими науками.
2. *Цели обучения математике:* традиционный, технологический и современный подходы.
3. *Методы обучения математике в средней школе:* понятие метода обучения, классификация и краткая характеристика основных методов обучения математике.
4. *Анализ и синтез как научные методы в обучении математике:* общая характеристика, виды, достоинства и недостатки, примеры использования при решении задач и доказательстве теорем.
5. *Индукция и дедукция как научные методы в обучении математике:* общая характеристика, виды, достоинства и недостатки, примеры использования при решении задач и доказательстве теорем.
6. *Урок – основная организационная форма обучения математике:* специфические особенности урока математики, современные требования к уроку, типы и виды уроков математики.
7. *Современные образовательные технологии обучения математике:* понятие, классификация, характеристика технологий обучения математике (на примере одной из них).
8. *Самостоятельная работа учащихся при обучении математике:* понятие, роль самостоятельной работы и её виды в обучении математике, методика организации и проведения.
9. *Методика контроля результатов обучения математике:* виды, формы и функции контроля; оценка и отметка; количественный и качественный анализ результатов контроля; современные средства оценивания результатов обучения.
10. *Математические предложения и их доказательства в школьном курсе математики.* Математические предложения, их виды. Основные виды теорем и методы их доказательства. Методика обучения доказательству теорем.
11. *Понятие как одна из основных форм мышления:* сущность понятия, содержание и объем, определение математических понятий, виды определений, основные требования к определению. Методика формирования математических понятий.
12. *Методика обучения решению математических задач:* основные понятия, роль и функции задач в обучении, структура математической задачи, различные классификации задач, основные этапы обучения работе с математической задачей.
13. *Методика изучения числовых систем в курсе математики:* цели, схема развития понятия числа, основные этапы изучения, общая методика введения новых чисел.
14. *Алгебра как учебный предмет.* Цели, структура, содержательные основы и задачи курса алгебры средней школы. Начальные трудности изучения алгебры и пути их преодоления.
15. *Методика изучения линии выражений и их преобразований:* роль и место, основные понятия, основные типы учебных задач и приемы их решения, специальные приемы обучения, типичные ошибки учащихся и пути их предупреждения.
16. *Методика изучения линии уравнений и неравенств:* роль и место, основные понятия,

- классификация уравнений и неравенств, характеристика общих методов решения, технологическая цепочка обучения решению уравнений.
17. *Методика изучения функциональной линии в школьном курсе математики*: роль и место, различные подходы к определению, межпредметные связи, общая методическая схема изучения (на примере конкретной функции).
  18. *Методика изучения числовых последовательностей в школьном курсе математики*: основные понятия, роль и место в курсе алгебры, этапы изучения, связь с содержательно-методическими линиями, межпредметные связи.
  19. *Геометрия как учебный предмет*. Цели, структура, содержательные основы курса геометрии средней школы. Различные подходы к построению, учебно-методическое обеспечение.
  20. *Методика изучения геометрических фигур в курсе геометрии основной школы*. Методика изучения треугольников, четырехугольников, окружности и круга (на конкретном примере).
  21. *Методика изучения геометрических построений на плоскости*: этапы изучения, конструктивные возможности инструментов и соответствующие геометрические образы, элементарные построения, виды задач на построение, этапы и методы решения.
  22. *Методика изучения геометрических величин*: понятие величины в школьном курсе математики, её свойства и этапы изучения; методические особенности изучения длин, площадей и объемов (на конкретном примере).
  23. *Методика изучения векторов в школьном курсе геометрии*: роль и место, различные подходы к определению, этапы введения понятия вектора и изучения операций над векторами.
  24. *Методика изучения многогранников в школьном курсе геометрии*: цели, основные этапы изучения, различные подходы к определению, виды многогранников. Методика изучения многогранника (на конкретном примере).
  25. *Методика изучения тел вращения в школьном курсе геометрии*: цели, основные этапы изучения, различные подходы к определению, виды тел вращения. Методика изучения тела вращения (на конкретном примере).

#### *Литература к разделу IV*

1. Асмолов А.Г. Формирование универсальных учебных действий в основной школе. – М.: Просвещение, 2014. – 159 с.
2. Гончарова М.А., Решетникова Н.В. Образовательные технологии в школьном обучении математике. – Ростов-н/Д: Феникс, 2014. – 264 с.
3. Гусев В.А. Методика обучения геометрии. – М.: Академия, 2004. – 368 с.
4. Денищева Л.О. Теория и методика обучения математике в школе. – М.: БИНОМ, 2011. – 247 с.
5. Диагностика состояния актуальных проблем математического образования. Под ред. Поляковой Т.С. – Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ, 2014. – 206 с.
6. Дробышева И.В., Дробышев Ю.А., Малахова Е.И. Теоретические основы методики обучения математике. Ч.1. – Калуга: КГПУ, 2005. – 130 с.
7. Клылова О.Н., Муштавинская И.В. Новая дидактика современного урока в условиях введения ФГОС ООО. – СПб.: Каро, 2013. – 144 с.
8. Колягин Ю.М., Луканкин Г.Л. и др. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика. – Чебоксары: Изд-во Чуваш.ун-та, 2009. – 732 с.

9. Копотева Г.Л., Логвинова И.М. Проектируем урок, формирующий универсальные учебные действия. – Волгоград: Учитель, 2014. – 99 с.
10. Малахова Е.И. Теория и методика обучения математике. Курс лекций по специальной и частной методике обучения математике в основной школе. – Калуга: Изд-во КГПУ, 2007. – 98 с.
11. Малахова Е.И. Теория и методика обучения математике. Курс лекций по методике изучения алгебры и начал анализа в старших классах. – Калуга: Изд-во КГПУ, 2005. – 87 с.
12. Малова И.Е., Горохова С.К. Теория и методика обучения математике в средней школе. – М: Владос, 2009. – 445 с.
13. Медведева О.С. Психолого-педагогические основы обучения математике. Теория, методика, практика. – М.: БИНОМ, 2011. – 204 с.
14. Методика и технология обучения математике. Под ред. Н.Л. Стефановой. – М.: Дрофа, 2005. – 416 с.
15. Петрова Е.С. Теория и методика обучения математике. Часть 1. Общая методика. – Саратов, 2004. – 84 с.
16. Петрова Е.С. Теория и методика обучения математике. Часть 2. Частная методика: Алгебра и математический анализ. – Саратов, 2005. – 104 с.
17. Петрова Е.С. Теория и методика обучения математике. Часть 3. Частная методика: Геометрия. – Саратов, 2008. – 88 с.
18. Пырков В.Е. Авторские образовательные технологии в обучении геометрии. – Ростов-на-Дону: ПИ ЮФУ, 2009. – 43 с.
19. Пырков В.Е. Современные образовательные технологии в обучении геометрии. – Ростов-на-Дону: ПИ ЮФУ, 2009. – 62 с.
20. Рогановский Н.М. Методика преподавания математики в средней школе. Ч.1. Общая методика. – Могилев: МГУ, 2010. – 312 с.
21. Рогановский Н.М. Методика преподавания математики в средней школе. Ч.2. Частные методики. – Могилев: МГУ, 2011. – 388 с.
22. Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней школе. – М.: Просвещение, 2002. – 224 с.
23. Саранцев Г.И. Упражнения в обучении математике. – М.: Просвещение, 2005. – 255 с.
24. Теория и технология обучения математике в средней школе. Под ред. Т.А. Ивановой. – Н.Новгород: НГПУ, 2009. – 355 с.
25. Юрченко Е.В. Живая методика математики. – М.: МЦНМО, 2013. – 144 с.

*V/ Программа по информатике и методике обучения информатики*

*Информатика*

Понятие информации, общая характеристика процессов сбора, передачи, обработки и накопления информации; технические и программные средства реализации информационных процессов, модели решения функциональных и вычислительных задач, алгоритмизация и программирование; языки программирования высокого уровня; программное обеспечение, локальные и глобальные сети ЭВМ; основные методы защиты информации.

*Языки и методы программирования*

Парадигмы программирования: императивная, функциональная, логическая. Поток управления и структуры данных. Технология программирования: структурная, модульная, объектно–ориентированная. Формализация синтаксиса и семантики языков программирования.

#### *Архитектура вычислительных систем*

Архитектура компьютера. Принципы работы микропроцессора и микроЭВМ. Вычислительная система. Архитектура вычислительной системы. Аппаратное и программное обеспечение. Особенности ЭВМ различных поколений. Структура ЭВМ. Процессор, память, устройства ввода и вывода информации. Структура памяти. Взаимодействие процессора и памяти. Основной алгоритм работы процессора. Понятие архитектуры микропроцессора. Арифметико–логическое устройство. Регистры и счетчики. Программно доступные регистры: аккумулятор, счетчик команд, указатель стека, индексный регистр, регистр флагов. Понятие о машинном языке. Числовые и мнемонические машинные коды.

#### *Информационные системы и сети*

Понятие и виды информационных систем. Информационно–поисковые и справочные системы, базы и банки данных. Основы системного анализа. Управление базами данных. Архитектура систем баз данных. Введение в реляционные базы данных. Реляционные объекты данных: домены и отношения. Целостность реляционных данных. Реляционные операторы: реляционная алгебра, реляционное исчисление. Язык SQL. Проектирование базы данных.

Основы компьютерных сетей. Обзор вычислительных сетей. Разделение ресурсов компьютера. Использование электронной почты. Построение сети. Файловые серверы. Протоколы. Сетевое программное обеспечение. Глобальные вычислительные сети.

#### *Теоретические основы информатики*

Формальные языки и автоматы. Алфавит. Цепочки, операции над цепочками. Язык. Операции над языками. Свойства языков. Классификация формальных языков. Способы определения языков. Распознаватели. Машина Тьюринга. Одноленточные, многоленточные машины Тьюринга. Эквивалентность машин Тьюринга и нормальных алгоритмов Маркова. Эквивалентность машин Тьюринга и частично–рекурсивных функций.

Дискретная математика. Теория кодирования. Системы счисления как основа различных кодов. Криптография. Алгоритмы помехоустойчивости кодирования, избыточные коды. Алгоритмы помехоустойчивости кодирования, избыточные коды. Сжатие информации. Теория графов. Теорема о сумме степеней вершин. Понятие изоморфизма графов. Связность. Пути и циклы в графах. Деревья. Алгоритмы на графах.

#### *Компьютерное моделирование.*

Моделирование и его роль в процессах развития, познавательной и практической деятельности. Моделирование как метод научного познания. Компьютерное моделирование – технология решения задач на компьютере. Вычислительный эксперимент и его применение в научных исследованиях. Этапы компьютерного эксперимента.

Понятие о математическом моделировании. Сложные системы. Системный анализ и его задачи. Физическая модель. Математическая модель. Иерархия математических моделей. Дискретные и непрерывные модели, линейные и нелинейные модели, детерминированные и вероятностные модели.

Примеры математического моделирования в различных областях человеческой деятельности. Решение задач.

#### *Методика обучения информатике*

Методика обучения в системе физико–математического образования. Цели обучения в системе физико–математического образования. Особенности содержания обучения. Различные технологии обучения школьников: урочные и внеурочные; традиционные

и современные; групповые и индивидуальные; дифференциации и индивидуализации и др. Выбор технологий и методик обучения в зависимости от возрастных возможностей, личностных достижений, актуальных проблем обучающихся в освоении предметной области и в зависимости от специфики учебного предмета и содержания изучаемого учебного материала. Возможные технологии и методики построения урока, ориентированного на развитие ключевых компетентностей школьников. Современные средства оценивания результатов обучения и оценки достижений школьников в освоении предметной области. Методическая система обучения профильному предмету. Решение воспитательных задач через предмет. Технологии построения здоровьесберегающей среды обучения школьников.

### *ВОПРОСЫ ПО ИНФОРМАТИКЕ*

1. Структура информатики. Место информатики в системе наук. Информационное общество. Социальные, правовые и этические аспекты информатики. Информационные революции.
2. Информация: определение, виды, свойства. Непрерывная и дискретная информация. Вероятностный, объёмный и другие подходы к измерению количества информации. Преобразование информации.
3. Системы счисления. Понятие о кодировании и декодировании информации. Кодирование числовой, текстовой, графической и звуковой информации.
4. Теоремы Шеннона. Понятие о кодах. Коды Хаффмана, коды Рида – Соломона.
5. Понятие алгоритма, его основные свойства. Графическое представление алгоритмов, основные элементы. Связь с теорией графов. Пример перехода от блок-схемы к графу.
6. Оценка сложности алгоритма. Мера сложности. Понятие трудной задачи. Способы решения трудной задачи. Задача коммивояжера.
7. Алгоритмы поиска в глубину и поиска в ширину. «Жадный алгоритм».
8. Алгоритмы сортировки числовой последовательности.
9. Структуры данных: данные и их обработка, простые типы данных. Структурированные типы данных: массивы, записи, множества, файлы. Стек.
10. Языки программирования высокого уровня. Грамматика языков программирования. Язык программирования Паскаль: структура программы, основные конструкции языка, процедуры и функции, библиотеки и модули. Графика в Паскале.
11. Методы программирования Проектирование программ. Методы обработки. Методы проектирования. Объектно-ориентированное программирование. Основные термины. Визуальное программирование.
12. ЭВМ как универсальное средство обработки информации. Принципы фон-Неймана. Классическая архитектура вычислительной системы. Современные тенденции развития архитектуры ЭВМ.
13. Центральные и внешние устройства ЭВМ, их характеристики. Микропроцессор и память компьютера. Базовая система ввода/вывода. Системы команд процессора, виды и сравнение.
14. Операционные системы. Характеристика системы Windows. Стандартные приложения: стандартные программы, служебные приложения, стандартные средства мультимедиа.
15. Обработка данных средствами электронных таблиц (ЭТ). Основные понятия, применение ЭТ для расчетов, построение диаграмм и графиков.
16. Информационное моделирование. Моделирование как метод решения прикладных задач. Основные понятия информационного моделирования. Связи между объектами.
17. Базы данных и системы управления базами данных. Понятие информационной системы. Виды структур данных. Виды баз данных. Реляционная база данных.

Состав и функции систем управления базами данных. СУБД MS Access. Схема отношений. Ключ. Формы, запросы, отчёты.

18. Информационные системы (ИС): основные понятия и определения. Свойства и структура ИС. Банки информации. Автоматизированные информационные системы.
19. Компьютерные сети. Классификация компьютерных сетей. Архитектура локальных вычислительных сетей. Уровни взаимодействия. Семейство протоколов TCP/IP.
20. Глобальные сети. IP-адресация. URL. Интернет. Классификация ресурсов Интернет. Подключение к Internet. Поиск информации в Интернет.
21. Компьютерное математическое моделирование. Разновидности моделирования. Понятие о математическом моделировании. Классификация математических моделей
22. Моделирование процесса теплопроводности.
23. Одномерный осциллятор. Математический маятник. Зависимость периода колебаний математического маятника от амплитуды.
24. Моделирование в физике. Свободное падение тела с учетом сопротивления среды. Движение тела, брошенного под углом к горизонту.
25. Компьютерное моделирование в экологии. Модели внутривидовой конкуренции. Модель межвидовой конкуренции. Динамика численности популяций.

### *ВОПРОСЫ ПО МЕТОДИКЕ ОБУЧЕНИЯ ИНФОРМАТИКЕ*

1. Методическая система обучения информатике и ее составляющие. Цели обучения информатике.
2. Информатика как школьный предмет: история становления, изменение содержания. Структура современного школьного курса информатики.
3. Профильная школа. Цели обучения, структура, содержание обучения. Предпрофильная подготовка. Цели. Направления работы.
4. Школьный учебник по информатике – структура, функции, формы работы с учебником на уроках информатики.
5. Содержание предмета «информатика». Государственный образовательный стандарт.
6. Типы и виды уроков информатики, их организационные особенности.
7. Использование современных ИКТ на уроках информатики.
8. Психологические и возрастные особенности учащихся, их учет при обучении информатике.
9. Дидактический анализ темы (план дидактического анализа, пример дидактического анализа темы).
10. Контроль в учебной деятельности, формы и методы контроля, оценка и отметка. Тесты. Классификация тестов. Методика разработки тестовых заданий.
11. Методика изучения темы «Операционная система»
12. Методика изучения темы «Файловая система»
13. Методика изучения темы «Представление информации. Системы счисления»
14. Методика изучения темы «Технология обработки текстовой информации».
15. Методика изучения темы «Технология обработки числовой информации».
16. Методика изучения темы «Технология обработки графической информации».
17. Методика преподавания темы «Основы алгоритмизации».
18. Методика преподавания темы «Формализация и моделирование».
19. Методика изучения темы «История развития вычислительной техники».
20. Методика изучения темы «Состав и работа компьютерной системы».
21. Методика изучения темы «Компьютерные коммуникации».
22. Документы, регламентирующие деятельность учителя информатики. Конспект урока по информатике.
23. Нестандартные формы проведения уроков информатики.
24. Методические особенности темы «Технология хранения, поиска и сортировки информации».

25. Методика использования электронных образовательных ресурсов на уроках информатики.