МИНОБРНАУКИ РФ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ

Директор Института математики,

механики и компьютерных наук ЮФУ

____________________ М.И. Карякин

«30» октября 2018 г.

ПРОГРАММА

государственного экзамена
по направлению подготовки
01.03.01 Математика

Ростов-на-Дону

2018

Программа государственного экзамена
по направлению подготовки 01.03.01 "Математика"
2019 год

1. Алгебра

1. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение, деление и возведение в степень комплексных чисел в тригонометрической форме. Извлечение корней из комплексных чисел.
2. Определитель квадратной матрицы. Минор и алгебраическое дополнение. Разложение определителя по элементам строки или столбца.
3. Обратимые матрицы. Критерий обратимости матрицы и формула обратной матрицы.
4. Разложение многочлена с комплексными коэффициентами на линейные множители, каноническое разложение. Простые и кратные корни. Корни многочлена и его производной.
5. Координаты вектора и их свойства. Преобразование координат вектора при переходе от одного базиса к другому.
6. Подпространство решений однородной системы линейных алгебраических уравнений и его размерность. Фундаментальная система решений и общее решение.
7. Неоднородные системы линейных алгебраических уравнений. Критерий совместности (теорема Кронекера-Капелли). Частное и общее решения.
8. Процесс ортогонализации и существование ортонормированных базисов в евклидовом пространстве.
9. Линейные операторы. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора и их свойства. Характеристический многочлен линейного оператора.

Литература

1. Воеводин В.В. Линейная алгебра. М.: Наука, 1974.
2. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. М.: Наука, 1974.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. М.: Наука. 1977.
4. Кострикин А.И. Введение в алгебру. М.: Наука, 1977.
5. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука. 1973.
6. Козак А.В., Пилиди В.С. Линейная алгебра. М.: Вузовская книга, 2005.

2. Математический анализ

1. Понятие непрерывной функции одного переменного в точке и на множестве. Свойства функций, непрерывных на отрезке: теоремы Вейерштрасса об ограниченности и достижении точных границ, теорема Больцано-Коши о промежуточных значениях (доказать одну из теорем - по выбору студента).
2. Понятие дифференцируемой в точке и на множестве функции одной переменной, непрерывность как необходимое условие дифференцируемости. Теорема Лагранжа о конечных приращениях (доказать).
3. Понятие частных производных функции двух переменных. Необходимое условие наличия локального экстремума функции двух переменных в точке (доказать).
4. Понятие сходящегося числового ряда. Критерий и признаки сравнения сходимости положительного числового ряда (доказать признак сравнения в предельной форме).
5. Понятие интегрируемой по Риману на отрезке функции. Необходимое условие интегрируемости. Суммы Дарбу, критерий Дарбу. Теорема об интегрируемости непрерывной на отрезке функции (доказать).
6. Поточечная и равномерная сходимости функциональной последовательности на множестве, предельная функция. Теорема о непрерывности предельной функции функциональной последовательности (доказать).
7. Поточечная и равномерная сходимость функционального ряда. Критерии равномерной сходимости функционального ряда. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда (доказать).
8. Несобственный интеграл с единственной особой точкой, его сходимость. Критерий сходимости несобственного интеграла от положительной функции (доказать).

Литература

1. Архипов Г.В., Садовничий В.А., Чубаринов В.Н. Лекции по математическому анализу. М.: Дрофа, 2008.
2. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. В 2-х частях. М.: Юрайт, 2013.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. М.: Дрофа. Т.1, 2003; Т.2, 2004.
4. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.1,2,3. М.: Наука, 1970.

3. Теория функций комплексного переменного

1. Критерий дифференцируемости функции комплексного переменного в точке области. Условия Коши-Римана.
2. Интегральная формула Коши.
3. Теорема о разложении аналитической функции в ряд Тейлора.
4. Теорема о разложении аналитической функции в ряд Лорана.
5. Теорема о логарифмическом вычете.

Литература

1. Маркушевич А.И. Краткий курс теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1978. 416 с.
2. Сидоров Ю.Ф., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1976. 408 с.

4. Теория функций и функциональный анализ

1. Определение метрического, нормированного и гильбертова пространств.
2. Принцип сжимающих отображений.
3. Теорема Хана-Банаха о продолжении линейных функционалов для вещественного линейного пространства (формулировка).
4. Ограниченные линейные операторы в линейных нормированных пространствах. Их норма. Формулы для ее вычисления.
5. Теорема Банаха-Штейнгауза.
6. Резольвента и спектр линейного ограниченного оператора. Точечный, непрерывный и остаточный спектры. Ограниченность и замкнутость спектра непрерывного оператора.
7. Компактные операторы: определение, примеры и простейшие свойства.

Литература

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1989. 624 с.
2. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа. М.: Наука, 1965. 520 с.
3. Садовничий В.А. Теория операторов. М.: Изд-во МГУ, 1986. 368 с.

5. Аналитическая и дифференциальная геометрия

1. Общее уравнение плоскости в пространстве, параметрические уравнения прямой в пространстве.
2. Центр кривой второго порядка. Исследование уравнений центра.
3. Теорема о кривизне кривой, вычислительные формулы.
4. Теорема о кручении кривой.
5. Уравнения для отыскания главных кривизн и главных направлений поверхностей.

Литература

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. М.: Наука, 1988.
2. Рашевский П.К. Курс дифференциальной геометрии. – М.-Л.: ГИТТЛ. – 1951.

6. Дифференциальные уравнения и уравнения математической физики

1. Формулировка теоремы существования и единственности для уравнения $y' = f(x; y)$.
2. Линейное неоднородное уравнение первого порядка. Решение методом Лагранжа.
3. Фундаментальная система решений линейного дифференциального уравнения n-го порядка с непрерывными коэффициентами (определение, существование, общее решение).
4. Построение фундаментальной системы решений линейного однородного уравнения n- го порядка с постоянными коэффициентами.
5. Решение неоднородного линейного дифференциального уравнения n- го порядка с постоянными коэффициентами с правой частью в виде квазимногочлена.
6. Классификация квазилинейных уравнений в частных производных второго порядка.
7. Формула Даламбера и ее исследование.
8. Метод Фурье для уравнения колебаний струны и уравнения теплопроводности.
9. Гармонические функции и их свойства.

Литература

1. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.: Физматгиз, 1959.
2. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1983.
3. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977.
4. Соболев С.Л. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966.