

Программа экзамена по алгебре и аналитической геометрии  
(1-ый семестр, ФИИТ, 1-5 группы).

Геометрия на прямой. Длина отрезка. Направленный отрезок. Деление отрезка в заданном отношении.

Геометрия на плоскости. Декартова система координат. Полярная система координат. Связь декартовых координат с полярными. Параллельный перенос декартовой системы координат. Поворот декартовой системы координат.

Уравнение прямой. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Определение вектора. Уравнение прямой, проходящей через заданную точку в заданном направлении. Параметрические уравнения прямой. Уравнения прямой в отрезках на осях. Нормальное уравнение прямой.

Определение эллипса. Каноническое уравнение эллипса. Эксцентриситет эллипса. Уравнение касательной к эллипсу. Критерий касания прямой и эллипса. Директрисы эллипса. Критерий принадлежности точки эллипсу.

Определение гиперболы. Каноническое уравнение гиперболы. Асимптоты гиперболы. Эксцентриситет гиперболы. Уравнение касательной к гиперболе. Критерий касания прямой и гиперболы. Директрисы гиперболы. Критерий принадлежности точки гиперболе.

Определение параболы. Каноническое уравнение параболы. Уравнение касательной к параболе. Критерий касания прямой и параболы.

Матрицы. Определение матрицы. Операции сложения матриц, умножения матрицы на число и их свойства. Операция умножения матриц и ее свойства. Единичная матрица. Обратная матрица. Операция транспонирования матриц.

Системы линейных алгебраических уравнений. Матрица системы уравнений. Расширенная матрица системы. Равносильные системы. Элементарные преобразования систем. Метод Гаусса решения систем.

Определители. Перестановки. Определение инверсии. Четные перестановки. Теорема о перестановке соседних элементов. Определение подстановки. Композиция подстановок. Единичная подстановка. Обратная подстановка. Сигнатура подстановки. Свойства сигнатуры. Транспозиции. Циклы.

Определение определителя. Определители первого второго и третьего порядков. Определитель транспонированной матрицы. Определитель матрицы с нулевой строкой. Свойство определителя при умножении строки матрицы на число. Определитель матрицы с двумя одинаковыми строками. Определитель матрицы с переставленными строками. Определитель матрицы, в которой одна строка является суммой нескольких строк. Определитель матрицы, в которой к одной строке добавили другую, умноженную на число. Определитель произведения матриц.

Определение минора и алгебраического дополнения. Лемма об определителе матрицы с «почти» нулевой строкой. Теорема о разложении определителя по строке. Определение присоединенной матрицы. Теорема о присоединенной матрице. Критерий обратимости матрицы. Теорема об обратимости матрицы. Теорема Крамера. Определитель Вандермонда.

Комплексные числа. Определение комплексных чисел. Свойства операций с комплексными числами. Алгебраическая форма комплексного числа. Операция сопряжения для комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексного числа.

Теорема о произведении комплексных чисел в тригонометрической форме. Формула Муавра. Формула Эйлера. Показательная форма комплексного числа. Свойства модуля комплексного числа. Извлечение корней  $n$ -ной степени из комплексных чисел. Корни  $n$ -ной степени из 1.

Многочлены. Определение многочлена. Определение корня многочлена. Теорема о количестве корней. Следствие о равенстве многочленов. Определение степени многочлена и ее свойства. Теорема о равенстве нулю произведения многочленов. Делимость многочленов и ее свойства. Теорема о делении с остатком. Определение наибольшего общего делителя двух многочленов. Свойства общих делителей двух многочленов. Лемма. Теорема о существовании НОД. Теорема о линейном разложении НОД.

Лемма о делении  $f(z)$  на  $z - \alpha$ . Теорема Безу. Кратность корня. Основная теорема алгебры (без доказательства). Следствие о каноническом разложении многочлена. Формулы Виета. Теорема о комплексном корне многочлена с вещественными коэффициентами. Следствие. Каноническое разложение многочленов с вещественными коэффициентами.

Теорема о корнях многочлена с целыми коэффициентами. Три следствия. Схема Горнера.

Производная многочленов.

Векторная Алгебра. Определение вектора. Операции сложения, умножения на число векторов и их свойства. Проекция вектора на ось. Свойства проекции. Координаты вектора. Свойства координат.

Скалярное произведение векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения через координаты векторов. Направляющие косинусы вектора.

Определение компланарных векторов. Определение правой и левой тройки векторов. Определение векторного произведения. Свойства векторного произведения. Выражение векторного произведения через координаты векторов.

Определение смешанного произведения. Объем параллелепипеда. Свойства смешанного произведения. Выражение смешанного произведения через координаты векторов.

Геометрия в пространстве. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости в отрезках на осях. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Угол между плоскостями. Отклонение точки от плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Нормальное уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки.

Задание прямой, как пересечение двух плоскостей. Каноническое уравнение прямой. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Угол между прямыми. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Условие принадлежности двух прямых одной плоскости.

Поверхности второго порядка. Эллипсоид. Однополостный гиперболоид. Двуполостный гиперболоид. Конус. Эллиптический параболоид. Гиперболический параболоид. Цилиндры второго порядка.